

TECNOLOGIA DE PROCESSOS QUÍMICOS E BIOQUÍMICOS - TPQBq
EQE-703 Métodos Matemáticos Aplicados (2007-3) – J.Luiz e Ofélia
Lista 3 : EDOs e Sistemas de EDOs (Cap. III)

1. Obter a Solução Completa para as seguintes EDOs :

(i) $y^{(2)} + 4y^{(1)} + 5y = 2e^x$

(ii) $y^{(2)} + 4y^{(1)} + 3y = x - 1$

(iii) $y^{(2)} - 5y^{(1)} + 4y = \cosh(x)$

(iv) $y^{(2)} + 2y^{(1)} + 10y = 25x^2 - 3e^{-x}$

(v) $y^{(2)} + 3y^{(1)} = \text{sen}(x) + 2\cos(x)$

2. Provar a Independência Linear de $y_1(x)$, $y_2(x)$, ambas soluções da EDO

$y^{(2)} + p(x)y^{(1)} + q(x)y = 0$, onde :

$$y_2(x) = y_1(x).\Omega(x), \quad \Omega(x) = \int \frac{1}{y_1^2(x)} \exp\left(-\int p(x)dx\right)dx$$

3. Com o Método de Variação de Parâmetros, obter a Solução Completa da EDO:

$y^{(2)} + 2y^{(1)} + 2y = \cos(x).e^{-x}$

4. Resolver as EDOs abaixo satisfazendo as condições dadas:

(i) $y^{(2)} + 2y^{(1)} + 5y = 10\cos(x)$, $x = 0 \Rightarrow y = 5, y^{(1)} = 6$

(ii) $y^{(2)} + 4y^{(1)} + 4y = 8x - 10$, $x = 0 \Rightarrow y = 2, y^{(1)} = 0$

5. O sistema da Figura 1, a seguir, faz parte de uma planta de produção microbiana. Os reatores de mistura (CSTR) estão ligados em série e têm o objetivo de produção de micro-organismos (M.O.) em condição de excesso de substrato. Nestas condições a taxa de crescimento da população é $R = K.C(t)$ ($g/cm^3 \cdot \text{min}$), onde $C(t)$ é a concentração de M.O. no instante t em g/cm^3 . Determine a expressão no tempo da concentração final de M.O., $C_2(t)$ (isto é, após a saída do reator 2). Na Figura 1, a seguir, têm-se as definições :

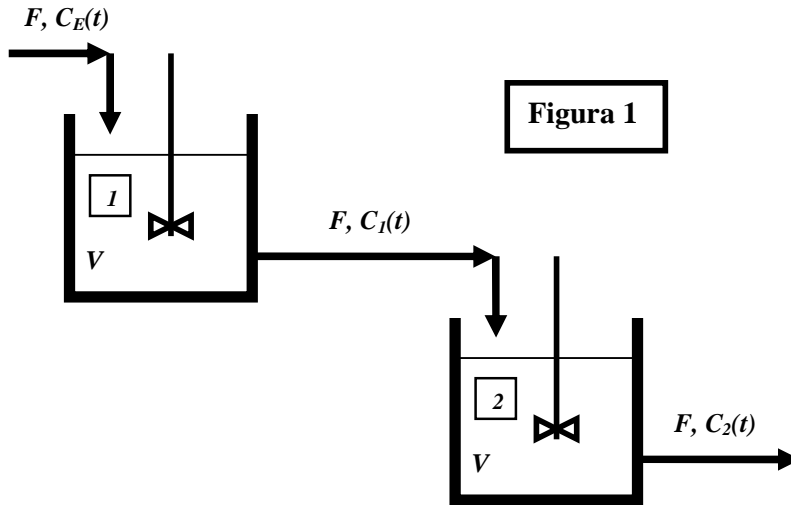
V : Volume dos tanques em cm^3

F : Vazão volumétrica de entrada e de saída dos tanques em cm^3/min

$C_E(t)$: Concentração de entrada de M.O. em g/cm^3

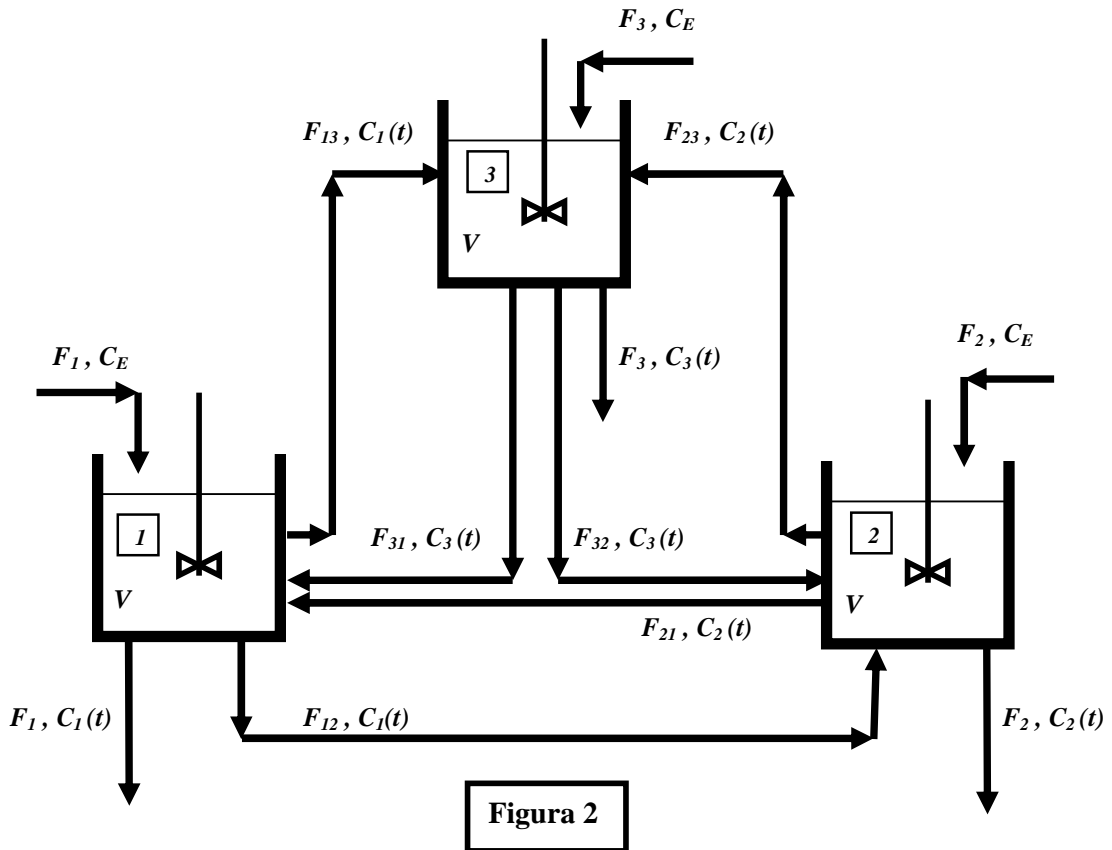
K : Constante da taxa de crescimento microbiano em min^{-1}

Sendo $V, F, C_E(t), K$ constantes. Admita que no início da operação ($t=0$) os tanques possuem M.O. na concentração C_E .



6. Provar que $y_1(x) = \exp(\lambda_1 x)$, $y_2(x) = \exp(\lambda_2 x)$ têm wronskiano não nulo quando $\lambda_1 \neq \lambda_2$.

7. O sistema da Figura 2 ilustra uma planta de produção de micro-organismos (M.O.) com 3 reatores de mistura interligados como mostrado. Todos os reatores são alimentados com cargas externas com concentração C_E (em g/L) de M.O. De cada reator são retiradas correntes de produto em vazão igual à de entrada (F_1, F_2, F_3).



Sabe-se que os três tanques têm iguais volumes (V) e que operam com excesso de substrato de modo que a taxa de crescimento da população de M.O. no tanque i é dada por $R_i = V.K.C_i$ (g/h), onde K é constante. Sabendo que em $t=0$ todos os tanques possuem concentração de M.O. igual a C_E (g/L), responder:

- (i) Obter o sistema de EDOs que governa o problema;
- (ii) Obter a solução completa do sistema de EDOs acima;
- (iii) Obter a solução que atenda a condição inicial ($t=0$);

Dados :

$$F_{12}/V = F_{21}/V = 1 h^{-1}, F_1/V = 2.1 h^{-1}, F_2/V = 0.1 h^{-1}, F_3/V = 2.1 h^{-1}$$
$$F_{13}/V = F_{31}/V = 0 h^{-1}, F_{23}/V = F_{32}/V = 1 h^{-1}$$
$$K = 5.1 h^{-1}$$

C_1, C_2, C_3 : Concentrações de M.O. em cada tanque em g/L
 V : Volume dos tanques em L
 F_{ij} : Vazão volumétrica (L/h) do tanque i para o tanque j
 F_i : Vazão volumétrica de carga do tanque i (L/h)